



UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
BCA156 – TOPOGRAFIA

## TERRA - REPRESENTAÇÕES

**Prof. André Medeiros de Andrade**  
andre.medeiros@ufvjm.edu.br



## FORMA DA TERRA



### Forma da Terra

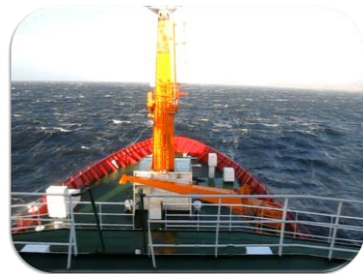
- No passado, acreditavam que a Terra fosse plana.



- A definição da forma da Terra ainda não foi totalmente solucionada.



### Forma da Terra



**NPo Almirante Maximiano (H-41)**



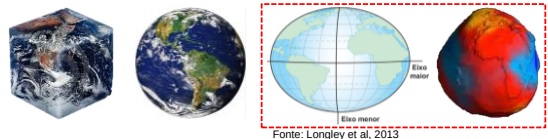
### Forma da Terra



### Forma da Terra

#### Formas da Terra ao longo do tempo:

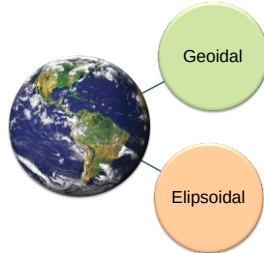
- Plana.
- Esférica (Pitágoras, Tales e Aristóteles - séc. 4 a.C.).
- Elipsoidal (Newton – 1642-1727).
- Geoidal (Gauss – 1777-1855).



Fonte: Longley et al, 2013

## Superfícies de Referência

- Superfície física.
- Superfície geoidal.
- Superfície elipsoidal.



## a) Superfície Física da Terra (Topográfica):

- Superfície limitante do relevo topográfico, sobre o qual são realizadas as medições (forma, dimensões, ângulos etc.).
- Não existe modelo matemático capaz de representar toda a superfície da Terra (ex.: irregularidades da superfície terrestre).



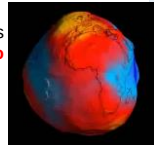
## b) Superfície Geoidal (Geóide):

- A superfície terrestre é **bastante irregular** (em nossa escala de observação).
- Máxima depressão ou elevação são inferiores a 11 km.
- Raio da Terra  $\approx 6.370$  km.



## b) Superfície Geoidal (Geóide):

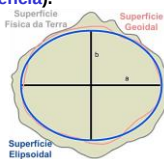
- Representação da superfície terrestre por meio de um modelo fictício que **prolonga o nível médio dos mares por sobre os continentes**.
- O geóide é uma superfície equipotencial (aceleração gravitacional é constante em todos os pontos).
- A superfície do terreno é deformada em relação à sua forma e posição real.
- **Difícil determinação teórica:** ondulações geoidais resultantes da **variação da direção vertical** ponto a ponto da superfície terrestre.



## c) Superfície Elipsoidal (Elipsóide):

- Modelo geométrico com referência matemática e que mais se aproxima do geóide.
- Modelo **mais utilizado para fins cartográficos** (simula a superfície terrestre).
- **Mais de 70 diferentes elipsóides** são utilizados em trabalhos de Geodésia no mundo (**superfície de referência**).

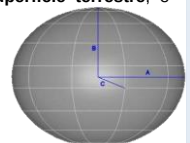
a = semi-eixo maior  
b = semi-eixo menor

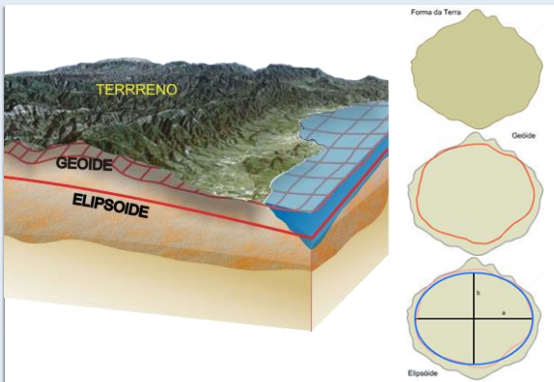


## c) Superfície Elipsoidal (Elipsóide):

## ➤ Superfície de referência:

- O elipsóide tem a geometria conhecida e se ajusta ao geóide.
- Utilizada para cálculos de posição, distância, direção e outros elementos geométricos.
- **Sistema Geodésico de Referência (Datum):** imaginando a superfície da Terra e um determinado elipsóide, o **SGR** é a **posição do elipsóide em relação à superfície terrestre**, e consequentemente em relação ao geóide.





## SISTEMAS DE COORDENADAS

### Sistemas de Coordenadas

- Os levantamentos (geodésicos ou topográficos) devem estar relacionados a um único sistema de referência (Sistema Fundamental de Coordenadas).

#### Sistema Fundamental de Coordenadas:

- Apoio aos trabalhos cartográficos;
- Composto por coordenadas geodésicas (latitude e longitude) e altitude (determinadas por processos geodésicos).

### Sistemas de Coordenadas

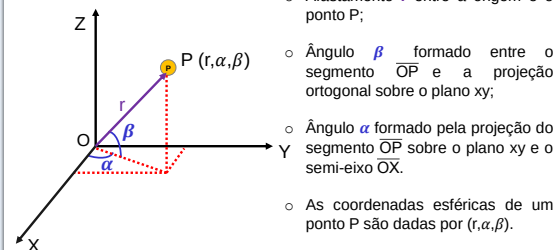
- Um dos objetivos da topografia é a determinação de **coordenadas relativas de pontos na superfície**.
- Os sistemas mais utilizados para definir a posição tridimensional de pontos:
  - sistema de coordenadas **geográficas**.
  - sistema de coordenadas **cartesianas**.



### Sistemas de Coordenadas

#### Sistema de Coordenadas Esféricas:

- A posição de um ponto no espaço tridimensional pode ser obtida de forma direta.

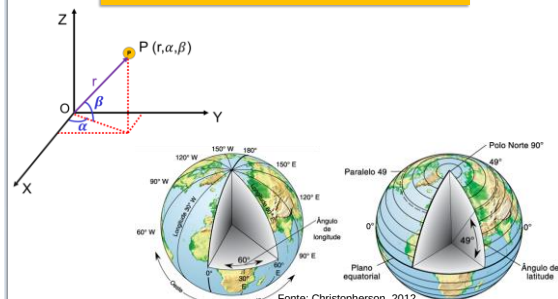


- Afastamento  $r$  entre a origem e o ponto P;
- Ângulo  $\beta$  formado entre o segmento  $\overline{OP}$  e a projeção ortogonal sobre o plano xy;
- Ângulo  $\alpha$  formado pela projeção do segmento  $\overline{OP}$  sobre o plano xy e o semi-eixo  $\overline{OX}$ .
- As coordenadas esféricas de um ponto P são dadas por  $(r, \alpha, \beta)$ .

### Sistemas de Coordenadas

#### Sistema de Coordenadas Esféricas

#### Sistema de Coordenadas Geográficas



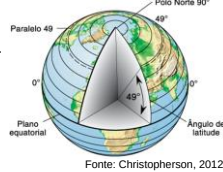
Fonte: Christopherson, 2012

➤ **Sistema de Coordenadas Geográficas:**

- As coordenadas geográficas (ou astronômicas) são determinadas pela Astronomia de Campo (a direção da gravidade define a normal da superfície).

a) **Latitude ( $\varphi$ ):**

- Ângulo formado entre o paralelo do equador e um outro paralelo.
- varia de  $0^\circ$  (equador) a  $\pm 90^\circ$  (pólos).
- Hemisfério norte: +
- Hemisfério sul: -

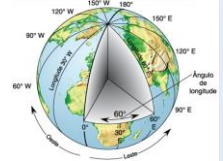


Fonte: Christopherson, 2012

➤ **Sistema de Coordenadas Geográficas:**

b) **Longitude ( $\lambda$ ):**

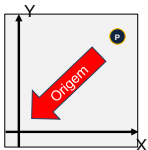
- Definida a partir do conceito de referencial horário (Greenwich).
- Ângulo formado entre o meridiano de Greenwich e um outro meridiano.
- varia de  $0^\circ$  (equador) a  $\pm 180^\circ$ .
- Leste: +
- Oeste: -



Fonte: Christopherson, 2012

➤ **Sistema de Coordenadas Cartesianas:**

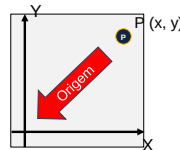
- O posicionamento de um ponto é feito a partir da atribuição de coordenadas a esse ponto.
- Estas coordenadas devem estar referenciadas a um sistema de coordenadas.
- Espaço bidimensional:** sistema de coordenadas retangulares (ou cartesianas).



- Eixos ortogonais (ângulo reto) ao plano.
- Duas retas X e Y (perpendiculares).
- Origem no cruzamento dos eixos X e Y.

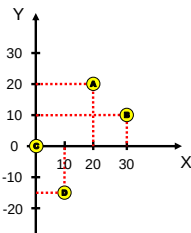
➤ **Sistema de Coordenadas Cartesianas:**

- Definição da posição de um ponto:
  - Coordenada **X** (abscissa).
  - Coordenada **Y** (ordenada).
- P (x, y) ou P = (x, y).



➤ **Sistema de Coordenadas Cartesianas:**

- Quais são as coordenadas dos pontos A, B, C e D?



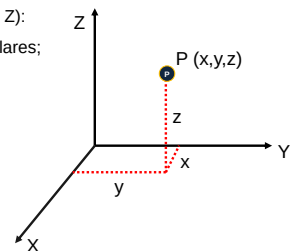
- P A (20, 20).
- P B (30, 10).
- P C (0, 0).
- P D (10, -15).

➤ **Sistema de Coordenadas Cartesianas:**

- Coordenadas no espaço **tridimensional**.

- Conjunto de três retas (X, Y, Z):

- Mutuamente perpendiculares;
- Interceptam na origem;
- Coordenadas P (x, y, z).



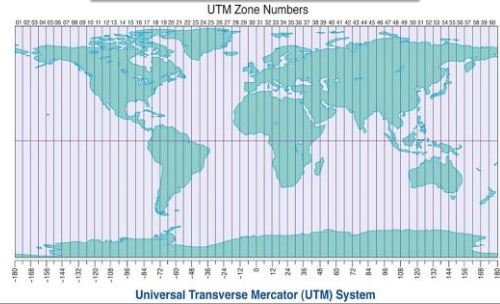
## Sistema de Coordenadas Cartesianas

## Sistema Transverso de Mercator

- Proposto em 1950 (EUA) e baseado na projeção cilíndrica transversa conforme.
- Resultou na Projeção Transversa de Mercator.
- Globo terrestre dividido em 60 fusos de 6° de amplitude (origem no anti-meridiano de Greenwich).

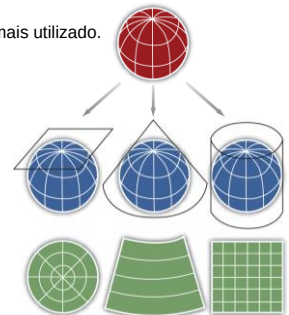
## Sistema de Coordenadas Cartesianas

## Sistema Transverso de Mercator



## SISTEMAS DE PROJEÇÕES CARTOGRÁFICAS

- A confecção de mapas exige um método onde cada ponto da Terra corresponda a um ponto no mapa.
- O **sistema de projeção** é o mais utilizado.



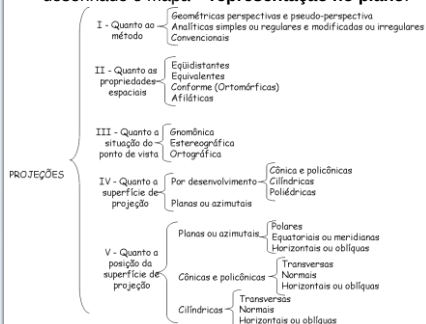
- Representação em um globo: verdadeira distância, direção, área, forma e proximidade.
- A representação por um globo não é adequada.
- Representações 2D (mapas planos).
- Representação plana: distorção destas propriedades.



- É **impossível preservar todas as características** da superfície terrestre em uma representação plana (ex.: como seria uma representação plana da cabeça de uma pessoa?).
  - Quanto maior a escala menor a distorção (ex. 1:5.000).
  - Quanto menor a escala maior a distorção (ex. 1:1.000.000).
- A representação da Terra esférica para uma superfície plana é feita através da **projeção cartográfica**.

## UFVJM Projeções Cartográficas

- Sistema plano de meridianos e paralelos sobre os quais é desenhado o mapa = **representação no plano**.



**Deformações:**

- Forma; e/ou
- Área; e/ou
- Distâncias

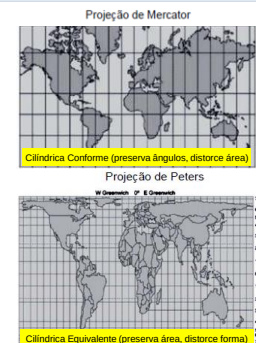
## UFVJM Projeções Cartográficas

- O **ponto de contato** entre o globo e a superfície de projeção é o único lugar onde todas as **propriedades são preservadas**.



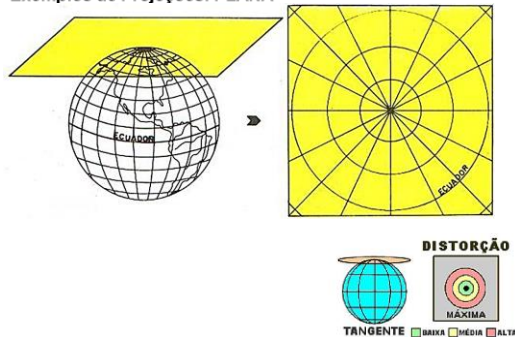
## UFVJM Projeções Cartográficas

| PLANAS                                        | CÔNICAS                                                             | CILÍNDRICAS                                                         |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
|                                               |                                                                     |                                                                     |
| POLAR - plano tangente ao pólo                | NORMAL - eixo de projeção perpendicular ao eixo da Terra            | EQUATORIAL - eixo de projeção paralelo ao eixo da Terra             |
|                                               |                                                                     |                                                                     |
| EQUATORIAL - plano tangente ao equador        | TRANSVERSAL - eixo de projeção perpendicular ao eixo da Terra       | TRANSVERSAL - eixo de projeção perpendicular ao eixo da Terra       |
|                                               |                                                                     |                                                                     |
| HORIZONTAL - plano tangente em ponto qualquer | HORIZONTAL - eixo de projeção inclinado em relação ao eixo da Terra | HORIZONTAL - eixo de projeção inclinado em relação ao eixo da Terra |



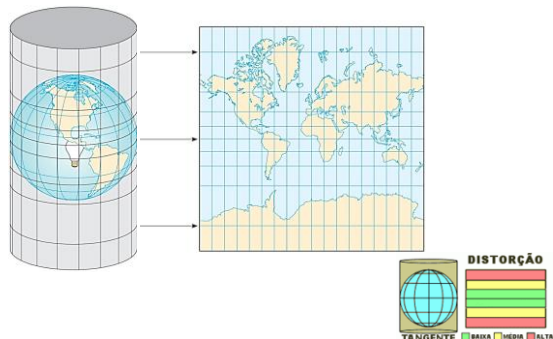
## UFVJM Projeções Cartográficas

### Exemplos de Projeções: PLANA



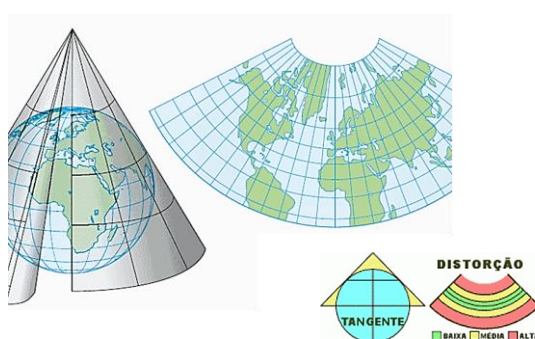
## UFVJM Projeções Cartográficas

### Exemplos de Projeções: CILÍNDRICA



## UFVJM Projeções Cartográficas

### Exemplos de Projeções: CÔNICA



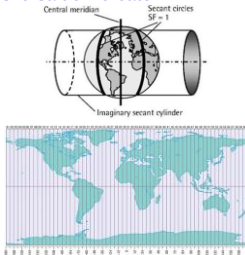


Na maior parte das aplicações topográficas, usa-se:

- Sistema de Coordenadas: cartesianas.
- Superfície de Referência: plano topográfico.
- Projeção Cartográfica: plana.

## SISTEMA TRANSVERSO DE MERCATOR

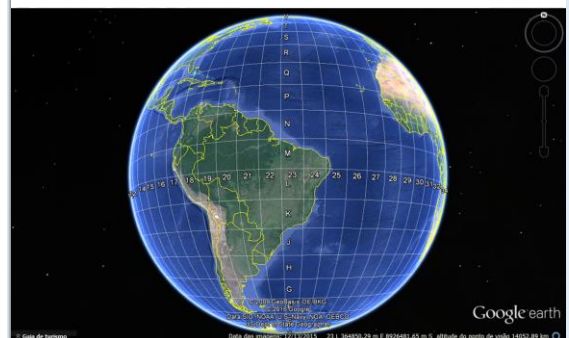
- Conhecido por **sistema de GAUSS** (1866).
- Em 1950 os Estados Unidos propuseram um sistema baseado na **projeção cilíndrica transversa conforme**, resultando na **Projeção Transversa de Mercator**.

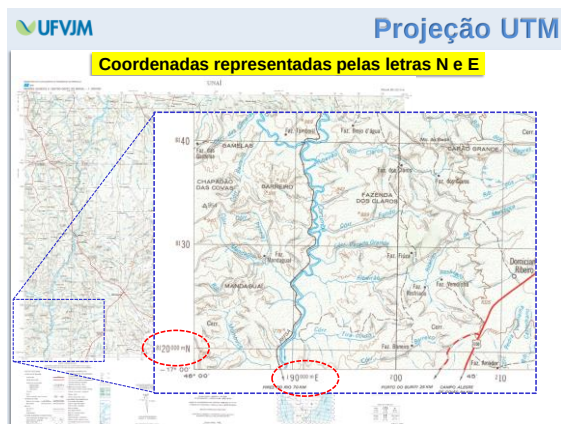
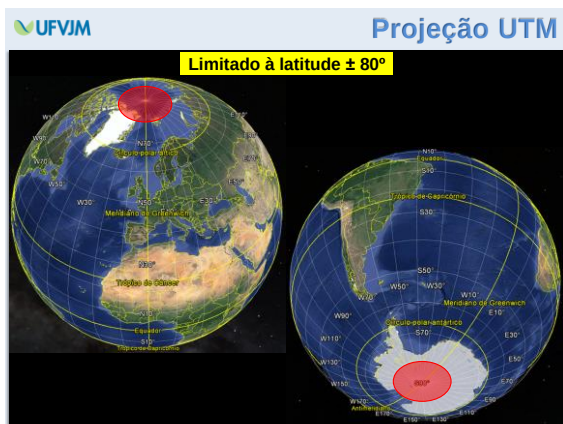
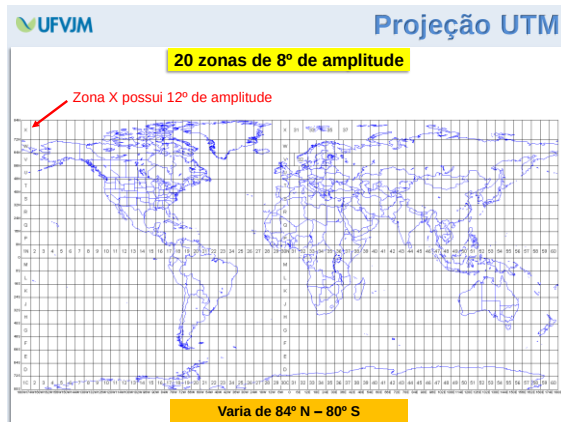


## PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

- Projeção **universal** transversa de Mercator: pode ser utilizado para qualquer região da Terra.
- Representação plana do elipsóide terrestre com algumas especificações:
  - Utiliza a projeção conforme de GAUSS.
  - 60 **fusos** de 6° de amplitude.
  - 20 **zonas** de 8° de amplitude.
  - Limitado em latitude até  $\pm 80^\circ$  (deformações).
  - Coordenadas representadas pelas letras N (latitude) e E (longitude).
  - As coordenadas UTM sempre são positivas.

60 fusos de 6° de amplitude







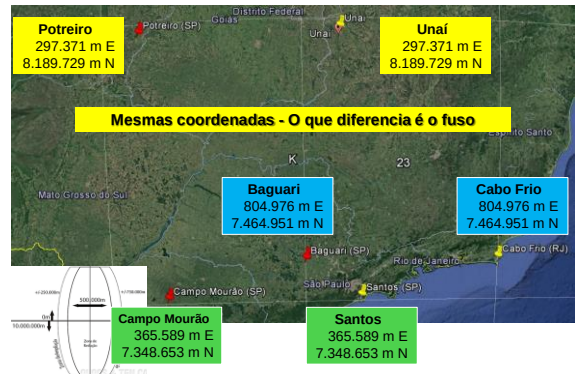
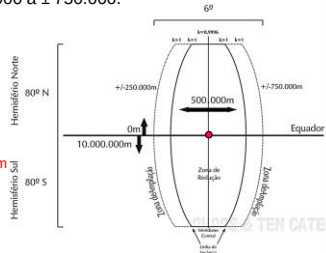
**Coordenadas sempre positivas**

- Cada fuso tem origem (0) na interseção do seu meridiano central com a linha do equador.
- Coordenadas N: 0 a 10.000.000.
- Coordenadas E:  $\pm 250.000$  a  $\pm 750.000$ .

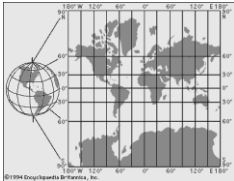
Coordenadas no ponto de origem:

xHN: 500.000 m // y = 0 m

xHS: 500.000 m // y = 10.000.000 m

**Deformações decorrentes da Projeção UTM:**

- Todos os paralelos possuem o mesmo tamanho no eixo X (não é real - os paralelos são menores quanto mais próximos dos polos).
- Paralelo do equador é o único com grandeza verdadeira (os outros estão deformados).
- Os paralelos não possuem afastamento constante (no globo é constante).
- Os meridianos possuem afastamento constante (não é a real).

**Deformações decorrentes da Projeção UTM:**

- Grandes deformações em altas latitudes (ex.: tamanho da Groenlândia em relação à América do Sul).

Área:

Groenlândia:  
2.175.600 km<sup>2</sup>América do Sul:  
17.800.000 km<sup>2</sup>

Mercator



Robinson

**Exercício:**

- Encontre as coordenadas UTM dos pontos destacados na carta:

A:  
190.000 m E  
8.130.000 m NB:  
200.000 m E  
8.140.000 m NC:  
210.000 m E  
8.120.000 m N

ESCALAS

**Definição:**

**“Relação da dimensão linear de um elemento e/ou um objeto apresentado no desenho original para a dimensão real do mesmo e/ou do próprio objeto”. NBR 8196**

- O valor da escala é **adimensional** (não possui unidade).

1:1.000  $\rightarrow$  1 unidades no desenho corresponde a 1.000 unidades no terreno.

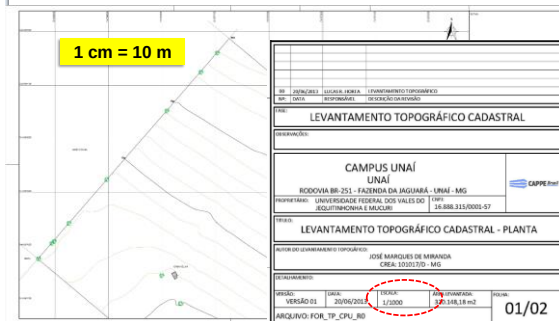
É mais utilizada a relação em **centímetros**.

- As **distâncias** no cálculo da escala devem estar na **mesma unidade**.

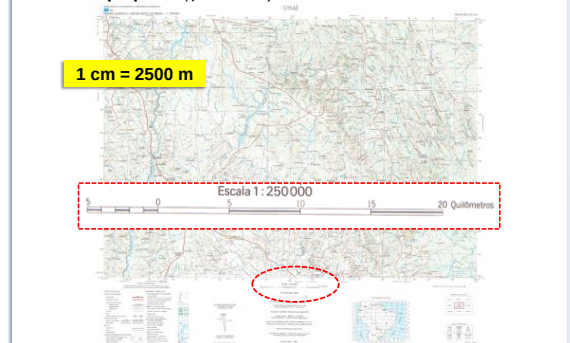
### Principais escalas e aplicações:

|                                                                                   |                                                                                                         |                                                                                     |                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
|  | 1:50<br>Detalhes de terrenos urbanos                                                                    |  | <b>Escala Grande</b>  |
|  | 1:100 e 1:200<br>Planta de pequenos lotes e edificios                                                   |                                                                                     |                       |
|  | 1:500 e 1:1.000<br>Planta de arruamentos e loteamentos urbanos                                          |                                                                                     |                       |
|  | 1:1.000, 1:2.000 e 1:5.000<br>Planta de propriedades rurais                                             |                                                                                     |                       |
|  | 1:5.000, 1:10.000 e 1:25.000<br>Planta cadastral de cidades e grandes propriedades rurais e industriais |                                                                                     |                       |
|  | 1:50.000 e 1:100.000<br>Cartas de municípios                                                            |                                                                                     |                       |
|  | 1:200.000 a 1:10.000.000<br>Mapas de estados, países, continentes, etc.                                 |                                                                                     | <b>Escala Pequena</b> |

- Escala **grande** (↑ detalhes):



- Escala **pequena** (↓ detalhes):



- Escala **numérica** (1:M – Denominador de escala)

$$E = \frac{d}{D}$$

$d$ : distância na representação  
 $D$ : distância real

- Exemplo:  
 Desenho = 1 cm  
 Real = 100 m  
 $E = 1:10.000$   
 Escala = 1:10.000 (1 cm no desenho equivale a 10.000 cm na realidade)

- **Escala numérica** - ÁREAS

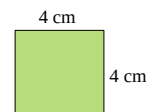
$R = r \cdot M^2$

$R$  : área real  
 $r$  : área na representação  
 $M$  : denominador da escala

- Exemplo:  
Em uma carta com escala = 1:50, uma área de 4 cm x 4 cm possui qual área real?

$$r = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$$

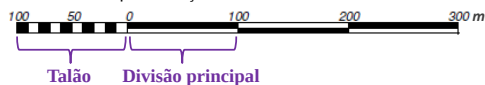
$$R = 16 \times 50^2 = 40.000 \text{ cm}^2 = 4 \text{ m}^2$$



Lembre-se:  $1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$   
 $100 \times 100 \text{ cm} = 10.000 \text{ cm}^2$

### ➤ Escala Gráfica

- Rápida noção das dimensões, vale mesmo após alteração no tamanho da representação.



Se redimensionarmos uma carta, as escalas são alteradas?



- Processo dependente da escala que simplifica e sintetiza os objetos.
- Um dos objetivos é **reduzir a complexidade** (visualização, armazenamento ...).
- Não deve comprometer a exatidão de posicionamento e dos atributos dos dados.



Unai

### ➤ Precisão da Escala:

- A **precisão da escala (pe)** define o menor valor representável em verdadeira grandeza em uma determinada escala:

$$pe = eg \cdot M$$

eg: Erro de Graficismo  
M: Denominador da escala

### ➤ Erro de Graficismo (eg):

- A representação mínima que podemos identificar é de 0,1 mm.
- Erro máximo admissível** para desenho topográfico (NBR13133) é de 0,2 mm (0,0002 m).

Considerando o **eg** da NBR13133  
 $pe = 0,0002 \text{ m} \cdot M$

### ➤ Precisão da Escala:

| Escala   | Precisão de Escala (pe) |
|----------|-------------------------|
| 1:100    | 0,02 m                  |
| 1:200    | 0,04 m                  |
| 1:250    | 0,05 m                  |
| 1:500    | 0,1 m                   |
| 1:1.000  | 0,2 m                   |
| 1:2.000  | 0,4 m                   |
| 1:10.000 | 2 m                     |

Um objeto com medida inferior a 2 m não será representado em um desenho com escala igual ou menor que 1:10.000.

O que fazer??? Ignorar?? Utilizar convenções e símbolos para a representação

### ➤ Escolha da escala (considerando o objeto):

$$N = \frac{e}{0,0002 \text{ m}}$$

Onde:

N: denominador da escala.

e: menor tamanho a representar.

### Exercício:

Considerando uma superfície da Terra que possui objetos de **10 m** de extensão, a menor escala que se deve adotar para representar esses objetos será?

$$N = \frac{10}{0,0002 \text{ m}} = 50.000$$

A escala adotada deverá ser igual ou superior a 1:50.000.

## EXERCÍCIOS

1. Considerando as escalas, calcule a precisão gráfica:

- a) Escala 1:300 = **0,06 m**
- b) Escala 1:20.000 = **4 m**
- c) Escala 1:40.000 = **8 m**
- d) Escala 1:100.000 = **20 m**



2. Em uma carta, as coordenadas geográficas de uma fazenda são:

22° 50' 40" S  
53° 47' 10" O

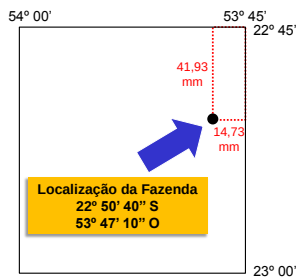
Os pares de paralelos em questão são os de 22° 45' e 23° 00' S e dos pares de meridianos são 53° 45' e 54° 00' O. Utilizando uma régua medimos o intervalo entre os paralelos e meridianos:

Distância gráfica entre os paralelos: 111 mm.  
Distância gráfica entre os meridianos: 102 mm.

Qual é a localização da fazenda na carta?



2. Em uma carta, as coordenadas geográficas de uma fazenda são:



Obrigado

[andre.medeiros@ufvjm.edu.br](mailto:andre.medeiros@ufvjm.edu.br)