



UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI
INSTITUTO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
BCA156 – TOPOGRAFIA

PLANIMETRIA

Prof. André Medeiros de Andrade
andre.medeiros@ufvjm.edu.br



PLANIMETRIA



Normas Técnicas

Normas da Topografia no Brasil: ABNT (desde 1940)

- **NBR 10068.** 1987. Folha de desenho: layout e dimensões. 6p.
- **NBR 10582.** 1988. Conteúdo da folha para desenho técnico. 5p.
- **NBR 13133.** 1994. Execução de levantamento topográfico. 35p.
- **NBR 14166.** 1998. Rede de referência cadastral municipal: procedimento. 23p.
- **NBR 10582** – Apresentação da folha para desenho técnico.
- **NBR 13142** – Desenho técnico – dobramento de cópias.
- **NBR 10068** – Folha de desenho – layout e dimensões.



Levantamento Planimétrico

Conceito:

- Procedimentos topográficos que **desconsideram o relevo**.
- Visa a **representação gráfica** de uma área através da obtenção de elementos como: ângulos, distâncias, localização ou orientação.
- **Poligonal:** série de **linhas consecutivas**, onde **são conhecidos os comprimentos e direções**, obtidos por medições em campo.
 - Levantamento de uma poligonal é feito através do método de caminhamento, percorrendo-se um contorno definido, medindo-se todos os **ângulos, lados e uma orientação inicial**.



Levantamento Planimétrico

Técnicas de Levantamento Planimétrico:

Expeditos:

- Passo e bússola; ou
- Trena e bússola.

Regulares:

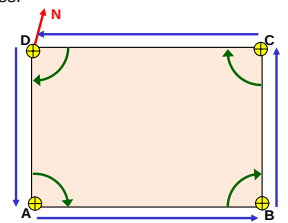
- Com teodolito e trena ou MED (medidor eletrônico de distância), ou Estação Total.
 - Poligonal;
 - Irradiação;
 - Interseção;
 - Caminhamento perimétrico;
 - ...



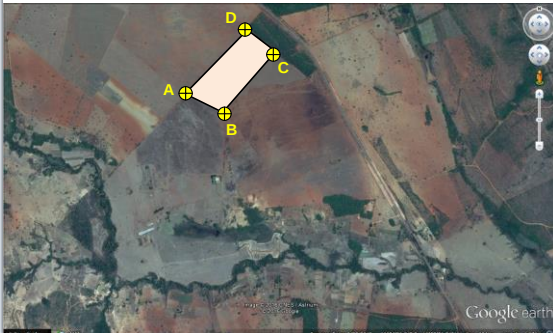
Poligonação

a) Poligonação (ou caminhamento):

- Método feito através de cada vértice da poligonal topográfica, percorrendo o caminhamento e medindo: ângulos e distâncias.
- No **ponto inicial** mede-se o **azimute no primeiro vértice** para o cálculo dos vértices posteriores.
- Por convenção:
 - Os **ângulos** dos vértices são lidos no **sentido horário**.
 - O **caminhamento** (ou poligonação) é feito no **sentido anti-horário**.



Aplicação: determinar coordenadas de uma poligonal e possibilidade de aferir a precisão dos valores obtidos.



ETAPAS DE UM LEVANTAMENTO

Etapas de um levantamento

- Pré-campo: planejamento.
- Campo: medição de ângulos e distâncias.
- Pós-campo: realização dos cálculos e elaboração dos produtos – representação (planta) e relatório técnico.

Etapas de um levantamento

a) Pré-campo: planejamento

- **Reconhecimento** inicial da área;
- Estabelecer a forma **como será feito** o levantamento;
- **Preparo** dos equipamentos, aferições etc.
- Providenciar o **material de apoio** (caderneta, prancheta, planilha etc.).
- Providenciar os **equipamentos de proteção individual (EPI)**: protetor solar, capacete, vestimenta etc.)

*Planejamento
O que é importante?*

Etapas de um levantamento

b) Campo: Levantamento de dados

- Materialização dos **pontos de apoio** topográfico.
"pontos, convenientemente distribuídos, que **amarram ao terreno o levantamento topográfico** e, por isso, **devem ser materializados** por estacas, piquetes, marcos de concreto, pinos de metal, tinta, dependendo da sua importância e permanência" (NBR13133).



Etapas de um levantamento

b) Campo: Levantamento de dados

- Pontos de apoio topográfico.



Ponto pintado na calçada



Marco de concreto



Chapas de identificação de pontos

Localização		Características Técnicas	
1. Identificação do Vértice	2. Data de Implantação	3. Município	4. Estado
VG 14	Agosto/2014	UFVJM	MG
5. Logradouro			
AVENIDA 20 DE SETEMBRO			
6. Bairro			
7. Características Técnicas			
8. Coordenadas Planas - Sistema UTM - SURGAS 2000		9. Escala	
Nordeste = 6721103,024; Sudeste = 498238,100		1:100	
10. Coordenadas Geográficas		11. Descrição do Vértice	
Latitude = 29°38'24,04"S; Longitude = 51°01'05,53"W		12. Descrição do Vértice	
13. Foto		14. Foto	
15. Foto		16. Foto	
17. Foto		18. Foto	
19. Foto		20. Foto	
21. Foto		22. Foto	
23. Foto		24. Foto	
25. Foto		26. Foto	
27. Foto		28. Foto	
29. Foto		30. Foto	
31. Foto		32. Foto	
33. Foto		34. Foto	
35. Foto		36. Foto	
37. Foto		38. Foto	
39. Foto		40. Foto	
41. Foto		42. Foto	
43. Foto		44. Foto	
45. Foto		46. Foto	
47. Foto		48. Foto	
49. Foto		50. Foto	
51. Foto		52. Foto	
53. Foto		54. Foto	
55. Foto		56. Foto	
57. Foto		58. Foto	
59. Foto		60. Foto	
61. Foto		62. Foto	
63. Foto		64. Foto	
65. Foto		66. Foto	
67. Foto		68. Foto	
69. Foto		70. Foto	
71. Foto		72. Foto	
73. Foto		74. Foto	
75. Foto		76. Foto	
77. Foto		78. Foto	
79. Foto		80. Foto	
81. Foto		82. Foto	
83. Foto		84. Foto	
85. Foto		86. Foto	
87. Foto		88. Foto	
89. Foto		90. Foto	
91. Foto		92. Foto	
93. Foto		94. Foto	
95. Foto		96. Foto	
97. Foto		98. Foto	
99. Foto		100. Foto	

Etapas de um levantamento

b) Campo: Levantamento de dados

- Ocupar os pontos e **efetuar a medida** dos ângulos:
 - Com **teodolito**: medem-se os ângulos internos e um azimute.
 - Com **bússola**: medem-se os azimutes dos alinhamentos.
- Medir as distâncias horizontais (trena ou MED).
- Elaborar um **croqui e um memorial** com as observações relevantes referentes ao levantamento (importante para a elaboração do memorial descritivo e da planta).

Etapas de um levantamento

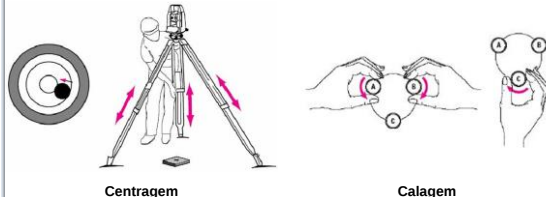
c) Pós-campo: cálculos e produtos

- **Calcular**: ângulos internos, coordenadas dos vértices, perímetro e área do terreno.
- Elaborar:
 - Planta.
 - Memorial descritivo.
 - Relatório técnico.

Poligonação

➤ Etapas da poligonação:

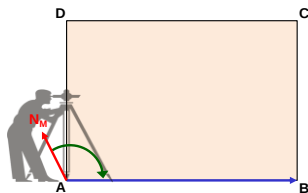
1. **Reconhecimento e demarcação** dos vértices da poligonal que será levantada.
2. **Estaciona (instala)** o equipamento no ponto A.
 - a) Processo de centragem e calagem do equipamento.



Poligonação

➤ Etapas da poligonação:

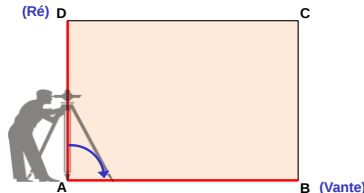
3. Determinação do **norte magnético** (usando uma bússola) para medir o **azimute magnético do alinhamento AB**.



Poligonação

➤ Etapas da poligonação:

4. Para medir o **ângulo interno** a partir do ponto A, é feita uma visada de ré sobre o ponto D, zerando o ângulo horizontal do instrumento e medindo o ângulo até o ponto B (vante).
 - A **distância AD** e **AB** pode ser medida por trena ou por taqueometria.



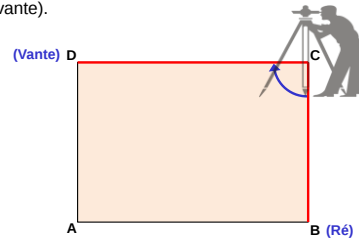
➤ Etapas da poligonação:

5. Terminada as leituras (ângulos e distâncias) no vértice A, será ocupado o vértice B.
- Será possível medir **distâncias** $\overline{BA}$ e $\overline{BC}$.
 - O **ângulo** será medido através dos vértices A (ré) e C (vante).



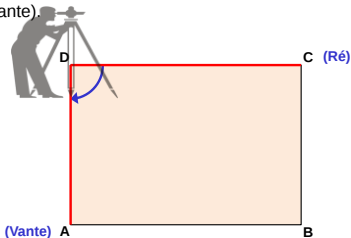
➤ Etapas da poligonação:

6. No vértice C, repete-se os procedimentos.
- Será possível medir **distâncias** $\overline{CB}$ e $\overline{CD}$.
 - O **ângulo** será medido através dos vértices B (ré) e D (vante).



➤ Etapas da poligonação:

7. No vértice D, repete-se os procedimentos.
- Será possível medir **distâncias** $\overline{DC}$ e $\overline{DA}$.
 - O **ângulo** será medido através dos vértices B (ré) e D (vante).

➤ Cálculo do erro de fechamento angular:

- Em qualquer medição haverá erro.
- Em um levantamento planimétrico por caminhar é possível controlar (calcular, corrigir ou descartar) o erro angular:
 - conhecendo-se a forma geométrica da poligonal; e
 - regras para soma de ângulos.

➤ Soma dos ângulos internos:

$$S_{\text{ângulo interno}} = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Onde:

n : número de vértices (ou lados da poligonal fechada).

➤ Cálculo do erro tolerável:

$$EAT = \pm P' \sqrt{n}$$

Onde:

EAT : Erro tolerável.

P : precisão do instrumento ($\approx 1'$).

n : número de vértices.

Exemplo de precisão de $1'$ em um retângulo:

$$EAT = \pm 1' \sqrt{4} = \pm 2'$$

➤ Distribuição do erro de fechamento angular:

O erro é distribuído igualmente entre os vértices (quanto maior a distância linear, menores serão os erros angulares).

$$Ai_{\text{comp}} = \frac{EA}{n}$$

Onde:

Ai_{comp} : Ângulo compensado (somado ou subtraído dos ângulos).

EA : Erro angular.

n : número de vértices.

Soma dos ângulos internos

➤ Exemplo em um retângulo:



$$S_{\text{ângulo interno}} = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

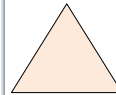
$$S_{\text{Retângulo}} = (4 - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$$

- A soma dos ângulos internos deve ser 360° para o retângulo.
- **Erro tolerável ($1'\sqrt{n}$):** $1'\sqrt{4} = 2'$ (pode-se errar até 2').

Soma dos ângulos internos

Exercício:

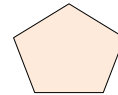
1. Qual é a soma dos ângulos internos das poligonais abaixo:



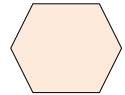
180°



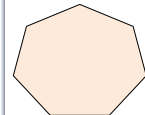
360°



540°



720°

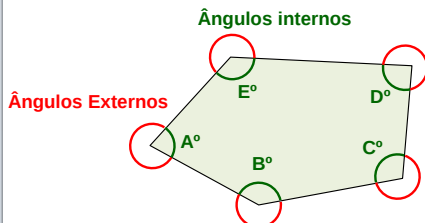


900°

Soma dos ângulos externos

➤ Ângulos Externos:

- Ângulos da parte externa da poligonal.
- A soma do ângulo interno e externo de um único vértice de uma poligonal é igual a 360°.



Soma dos ângulos externos

➤ Exemplo em um retângulo:



$$S_{\text{ângulo externo}} = (n + 2) \cdot 180^\circ$$

$$S_{\text{âng. ext (Retângulo)}} = (4 + 2) \cdot 180^\circ = 1080^\circ$$

- A soma dos ângulos externos deve ser 1080° para o retângulo.

Poligonação - Erro

➤ Cálculo das correções:

- Se o somatório dos ângulos internos do levantamento for:
 - **Maior** que o erro tolerável: executar um novo levantamento.
 - **Menor ou igual** que o erro tolerável: corrigir através de compensações.

Poligonação - Erro

➤ Cálculo das correções – Exemplo do retângulo:

- Erro tolerável: 02'
- Em um retângulo com erro de $\pm 2'$, a correção é feita determinando a **diferença do somatório dos ângulos internos de um retângulo perfeito (360°) pelo somatório dos ângulos obtidos no levantamento da poligonal.**
- Se o valor do somatório dos ângulos internos do levantamento for:
 - Maior que 360°: subtração na correção.
 - Menor que 360°: soma na correção.

➤ Cálculo das correções – Exemplo do retângulo:

a) Valor do somatório dos ângulos **maior** que 360°:

- **Subtração** na correção.

$$360^{\circ} 00' 00'' - 360^{\circ} 02' 00'' = -2'$$

$$-2' \div 4 \text{ ou } -120'' \div 4 = -30''$$

- A compensação será feita **subtraindo** 30'' em cada um dos 4 vértices da poligonal.

➤ Cálculo das correções – Exemplo do retângulo:

b) Valor do somatório dos ângulos **menor** que 360°:

- **Soma** na correção.

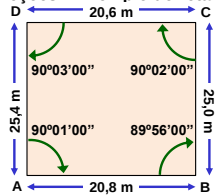
$$360^{\circ} 00' 00'' - 359^{\circ} 58' 00'' = 2'$$

$$2' \div 4 \text{ ou } 120'' \div 4 = 30''$$

- A compensação será feita **somando** 30'' em cada um dos 4 vértices da poligonal.

➤ Cálculo das correções – Exemplo do retângulo:

SOMA:
 90° 01' 00''
 89° 56' 00''
 90° 02' 00''
 90° 03' 00''
 360° 02' 00''



Erro:
 +2'

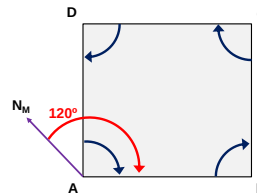
Estação	Ponto visado	DH (m)	Ângulo interno	C	AC
A	B	20,8	90° 01' 00''	30''	90° 00' 30''
B	C	25	89° 56' 00''	30''	89° 55' 30''
C	D	20,6	90° 02' 00''	30''	90° 01' 30''
D	A	25,4	90° 03' 00''	30''	90° 02' 30''

C: correções; AC: ângulo interno corrigido

Coeelho Junior, 2014

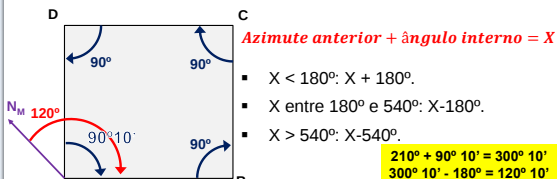
➤ Orientação:

- A poligonal é orientada utilizando-se uma bússola.



- No vértice A:
 - Leitura do Azimute magnético do alinhamento $\overline{AB}$.
 - Posteriormente são **calculados** os azimutes dos demais alinhamentos.

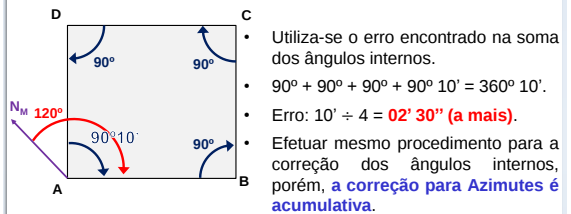
➤ Orientação – Cálculo do Azimute:



Estação	Ponto visado	Ângulo interno	Azimute		DH (m)
			Lido	Calculado	
A	B		120° 00' 00''		
B	C	90° 00' 00''		30° 00' 00''	20,8
C	D	90° 00' 00''		300° 00' 00''	25
D	A	90° 00' 00''		210° 00' 00''	20,6
A	B	90° 10' 00''		120° 10' 00''	25,4

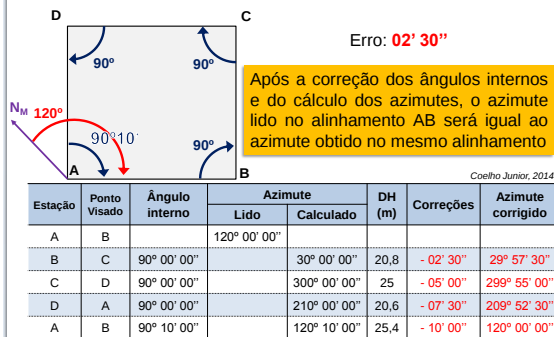
Coeelho Junior, 2014

➤ Correção do erro do Azimute:



UFVJM Poligonação - Orientação

Correção do erro do Azimute:



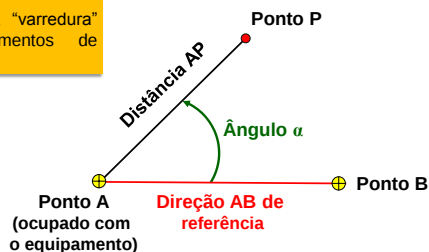
UFVJM Irradiação (Coordenada Polar)

- Geralmente utilizado em **pequenas áreas** e com superfícies relativamente planas.
- A partir de uma **linha referencial conhecida** mede-se a posição exata de objetos no levantamento através de **ângulos e distâncias**.
- A distância pode ser obtida utilizando: trena, distanciômetro eletrônico, estação total, métodos taqueométricos etc.
- Utilizado para o **levantamento de detalhes** em campo.
- Em **determinadas situações**, para melhorar o detalhamento e representação do terreno, pode-se utilizar a **combinação** do método da poligonação com o método da irradiação.

UFVJM Irradiação (Coordenada Polar)

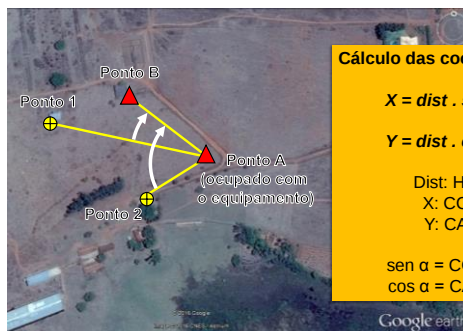
- O equipamento fica estacionado sobre um ponto.

- É feita a "varredura" dos elementos de interesse.



Veiga et al., 2012

UFVJM Irradiação (Coordenada Polar)



Cálculo das coordenadas:

$$X = \text{dist} \cdot \sin \alpha$$

$$Y = \text{dist} \cdot \cos \alpha$$

Dist: Hip
X: CO
Y: CA

$\sin \alpha = \text{CO}/\text{Hip}$
 $\cos \alpha = \text{CA}/\text{Hip}$

UFVJM Irradiação (Coordenada Polar)

Durante o levantamento de detalhes é importante **elaborar um croqui** da área levantada, associando um nome ou número a cada feição ou ponto levantado, e a mesma indicação deve ser utilizada na caderneta de campo

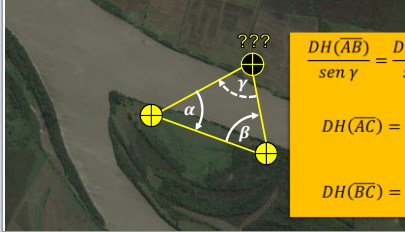


UFVJM Interseção

- Só pode ser usado em pequenas áreas.
- Pode ser utilizado quando algum **vértice é inacessível** (ex. pontos íngreme, brejo etc.).



- Define-se uma linha base com comprimento conhecido a partir de 2 pontos, distantes no mínimo 50 m um do outro.
- Instala-se o instrumento em cada um dos pontos para obter os valores angulares de α e β .
- Determinação da localização do ponto inacessível C e cálculo das distâncias dos pontos A e B ao ponto C pela lei dos senos.

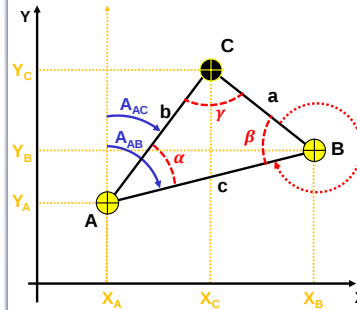


$$\frac{DH(\overline{AB})}{\sin \gamma} = \frac{DH(\overline{BC})}{\sin \alpha} = \frac{DH(\overline{CA})}{\sin \beta}$$

$$DH(\overline{AC}) = \frac{DH(\overline{AB}) \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$DH(\overline{BC}) = \frac{DH(\overline{AB}) \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

- **Exemplo:** Através das coordenadas conhecidas A (X_A, Y_A) e B (X_B, Y_B), é possível determinar os ângulos α e β e calcular as coordenadas de C (X_C, Y_C).



A partir de um levantamento obtêm-se:

Coordenadas de A e B:

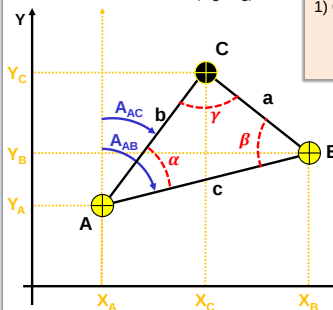
$X_A: 160,19 \text{ m}$ $Y_A: 150,08 \text{ m}$
 $X_B: 630,42 \text{ m}$ $Y_B: 280,63 \text{ m}$

Ângulos de α e β :

$\alpha: 48^\circ 50' 46''$
 $\beta: 50^\circ 36' 41''$

Quais são as coordenadas e o ângulo de C?

- **Exemplo:** Através das coordenadas conhecidas A (X_A, Y_A) e B (X_B, Y_B), é possível determinar os ângulos α e β e calcular as coordenadas de C (X_C, Y_C).



1) Cálculo do lado c (distância AB)

$$c = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

$$c = 488,02 \text{ m}$$

2) Cálculo de γ

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

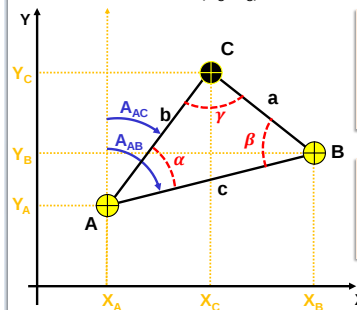
$$\gamma = 80^\circ 32' 33''$$

- 3) Cálculo dos lados a e b

$$a = \frac{\sin \alpha \cdot c}{\sin \gamma} = 372,5 \text{ m}$$

$$b = \frac{\sin \beta \cdot c}{\sin \gamma} = 382,35 \text{ m}$$

- **Exemplo:** Através das coordenadas conhecidas A (X_A, Y_A) e B (X_B, Y_B), é possível determinar os ângulos α e β e calcular as coordenadas de C (X_C, Y_C).



4) Cálculo do azimute A-B

$$\tan A_{AB} = \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}$$

$$A_{AB} = 74^\circ 29' 1,48''$$

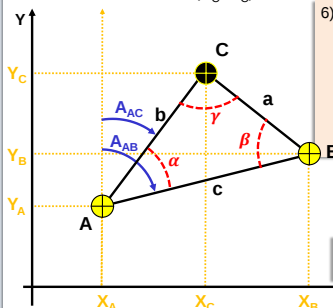
- 5) Cálculo do azimute A-C

$$A_{AC} = A_{AB} - \alpha$$

$$A_{AC} = 25^\circ 38' 15,48''$$

Veiga et al., 2012

- **Exemplo:** Através das coordenadas conhecidas A (X_A, Y_A) e B (X_B, Y_B), é possível determinar os ângulos α e β e calcular as coordenadas de C (X_C, Y_C).



- 6) Cálculo das coordenadas de C

$$X_C = X_A + \text{dist}_{AC} \cdot \sin A_{AC}$$

$$Y_C = Y_A + \text{dist}_{AC} \cdot \cos A_{AC}$$

$$X_C = 321,36 \text{ m}$$

$$Y_C = 485,9 \text{ m}$$

Existem outras formas de se obter esses resultados!

Veiga et al., 2012

EXEMPLO DE UM LEVANTAMENTO PLANIMÉTRICO

UFVJM **Etapa de Campo**

➤ Levantamento de dados:

Exemplo...
Croqui

Az inicial AB
313°12'50"

$A_{AB} = 313^{\circ}12'50''$
âng Poligonal de interesse
ABCD Poligonal de apoio

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa de Campo**

➤ Planilha de campo:

$AZ_{AB} = 159^{\circ}15'$

Estação	Ponto Visado	Angulo horizontal		DH(m)
		Simples	Duplo	
A	D	0°00'	90°14'30"	27,83
	B	90°14'30"	180°29'	137,42
B	A	0°00'	89°44'	137,42
	C	89°44'	179°29'	28,17
C	B	0°00'	90°05'	28,17
	D	90°05'	180°09'	137,36
D	C	0°00'	89°55'	137,86
	A	89°55'	179°49'	27,83

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ Cálculo do erro angular de fechamento da poligonal:

$S_{AI} = (n - 2) \cdot 180^{\circ}$

Onde:
 S_{AI} : ângulo lido - ângulo duplo/2
 n : número de vértices

$S_{AI} = (4 - 2) \cdot 180^{\circ} = 360^{\circ}$

$S_{AI \text{ Lidos}} = 359^{\circ}58'00''$

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ Cálculo do erro angular de fechamento da poligonal:

$E_A = S_{AI \text{ Lidos}} - S_{AI}$

Onde:
 E_A : erro angular.

$E_A = 359^{\circ}58'00'' - 360^{\circ} = -0^{\circ}02'$

$E_{AT} = \pm 1' \sqrt{n}$

Onde:
 E_{AT} : erro angular tolerável.
 n : número de vértices.

$E_{AT} = \pm 1' \sqrt{4} = \pm 2$

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ Distribuição dos Erros:

Estação	Ponto visado	Ângulo horizontal		DH (m)
		Simples	Duplo	
A	D	0°00'00"	90°49'50"	31,00
	B	90°49'50"	181°39'40"	65,62
	a	19°23'40"	---	8,07
B	A	0°00'00"	88°35'00"	65,02
	C	88°35'00"	177°10'00"	31,61
	b	73°04'20"	---	8,46
C	B	0°00'00"	90°45'10"	31,61
	D	90°45'10"	181°30'20"	65,28
	c	16°08'10"	---	5,83
D	C	0°00'00"	89°49'20"	65,28
	A	89°49'20"	179°38'40"	31,00
	d	62°02'00"	---	6,00

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y

- Est.: Estação.
- P.V.: Ponto de vante.
- Ai Lido: Ângulo interno lido.
- Ai Comp.: Ângulo interno compensado.
- Az.: Azimute.
- DH: Distância horizontal.
- Proj. Calc.: Projeção calculada.
- Correções.
- Proj. Comp.: Projeção compensada.
- Coordenadas.

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ **Planilha de cálculo analítico:**

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"											
B	C	88°35'00"											
C	D	90°45'10"											
D	A	89°49'20"											
	Σ	359°59'20"											

a) Erro Angular:

Ângulo lido = âng. Duplo / 2

$$EA = \sum Ai - [(n-2) \cdot 180^\circ]$$

Onde:

EA: erro angular.

$\sum Ai$: somatório dos ângulos internos lidos.

n: número de vértices da poligonal.

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ **Planilha de cálculo analítico:**

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"											
B	C	88°35'00"											
C	D	90°45'10"											
D	A	89°49'20"											
	Σ	359°59'20"											

a) Erro Angular:

$$\sum Ai_{LIDOS} = 90^\circ49'50'' + 88^\circ35'00'' + 90^\circ45'10'' + 89^\circ49'20'' = 359^\circ59'20''$$

$$EA = 0^\circ 0' 40''.$$

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ **Planilha de cálculo analítico:**

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"											
B	C	88°35'00"											
C	D	90°45'10"											
D	A	89°49'20"											
	Σ	359°59'20"											

a) Erro Angular:

Erro angular tolerável:

$$EA_T = P \cdot \sqrt{n}$$

Onde:

EA_T: erro angular tolerável; e

P: precisão do instrumento.

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ **Planilha de cálculo analítico:**

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"											
B	C	88°35'00"											
C	D	90°45'10"											
D	A	89°49'20"											
	Σ	359°59'20"											

b) Distribuição do erro angular: o erro angular é distribuído por vértice em quantidades iguais.

$$Ai_{comp} = \frac{EA}{n}$$

Onde:

EA: erro angular; e

n: número de vértices da poligonal.

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ **Planilha de cálculo analítico:**

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"											
B	C	88°35'00"											
C	D	90°45'10"											
D	A	89°49'20"											
	Σ	359°59'20"											

b) Distribuição do erro angular: o erro angular é distribuído por vértice em quantidades iguais.

$$Ai_{comp} = \frac{0^\circ 0' 40''}{4} = +10''$$

Jelinek, 1998

UFVJM **Etapa Pós-Campo**

➤ **Planilha de cálculo analítico:**

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"										
B	C	88°35'00"	88°35'10"										
C	D	90°45'10"	90°45'20"										
D	A	89°49'20"	89°49'30"										
	Σ	359°59'20"	360°										

c) Ângulo interno compensado:

- é determinado pela adição ou subtração do erro no valor do ângulo lido.
- o somatório do erro por vértice deverá ser igual ao erro total da poligonal.

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"										
B	C	88°35'00"	88°35'10"										
C	D	90°45'10"	90°45'20"										
D	A	89°49'20"	89°49'30"										
Σ		359°59'20"	360°										

d) Azimutes:

- A partir do primeiro azimute (medido no campo) são calculados os azimutes dos demais alinhamentos.

$$Az_n = (Az_{n-1} \pm Ai) \pm 180^\circ$$

Onde:

Az_n : azimute do alinhamento;

Az_{n-1} : azimute do alinhamento anterior; e

Ai : ângulo interno do vértice comum aos dois alinhamentos.

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"										
B	C	88°35'00"	88°35'10"										
C	D	90°45'10"	90°45'20"										
D	A	89°49'20"	89°49'30"										
Σ		359°59'20"	360°										

d) Azimutes:

- Se o caminhamento for à **direita** (sentido anti-horário), a fórmula é:

$$Az_n = (Az_{n-1} + Ai) \pm 180^\circ$$

- Se o caminhamento for à **esquerda** (sentido horário), a fórmula é:

$$Az_n = (Az_{n-1} - Ai) \pm 180^\circ$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"									
B	C	88°35'00"	88°35'10"										
C	D	90°45'10"	90°45'20"										
D	A	89°49'20"	89°49'30"										
Σ		359°59'20"	360°										

Az inicial AB

313°12'50"

Az inicial AB
313°12'50"

d) Azimutes:

- Se $Az_{n-1} \pm Ai < 180^\circ$, a fórmula é:

$$Az_n = (Az_{n-1} + Ai) + 180^\circ$$

- Se $Az_{n-1} \pm Ai > 180^\circ$, a fórmula é:

$$Az_n = (Az_{n-1} - Ai) - 180^\circ$$

Exemplo:

$$Az_{BC} = (Az_{AB} + Ai) + 180^\circ = (313^\circ12'50" + 88^\circ35'10") - 180^\circ = 221^\circ48'00"$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"									
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"									
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"									
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"									
Σ		359°59'20"	360°										

d) Azimutes:

- Neste caso:

$$Az_{BC} = (Az_{AB} + Ai) + 180^\circ = (313^\circ12'50" + 88^\circ35'10") - 180^\circ = 221^\circ48'00"$$

$$Az_{CD} = (Az_{BC} + Ai) + 180^\circ = (221^\circ48'00" + 90^\circ45'20") - 180^\circ = 132^\circ33'20"$$

$$Az_{DA} = (Az_{CD} + Ai) + 180^\circ = (132^\circ33'20" + 89^\circ49'30") - 180^\circ = 42^\circ22'50"$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Ai Lido	Ai comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62								
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61								
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28								
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00								
Σ		359°59'20"	360°		193,51								

e) Projeções:

$$x = DH \cdot \sin Az$$

$$y = DH \cdot \cos Az$$

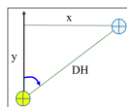
Onde:

x: projeção no eixo x;

y: projeção no eixo y;

DH: distância horizontal do alinhamento; e

Az: azimute do alinhamento (compensado).



$\sin \alpha = CO/Hip$
 $\cos \alpha = CA/Hip$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.	Correções		Proj. Comp.	Coordenadas			
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93						
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56						
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15						
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90						
Σ		359°59'20"	360°		193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12						

e) Projeções:

- Neste caso:

$$x_{AB} = DH_{AB} \cdot \sin Az_{AB} = 65,62 \cdot \sin 313^\circ12'50" = -47,82$$

$$y_{AB} = DH_{AB} \cdot \cos Az_{AB} = 65,62 \cdot \cos 313^\circ12'50" = 44,93$$

$$x_{BC} = DH_{BC} \cdot \sin Az_{BC} = 31,61 \cdot \sin 221^\circ48'00" = -21,07$$

$$y_{BC} = DH_{BC} \cdot \cos Az_{BC} = 31,61 \cdot \cos 221^\circ48'00" = -23,56$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93						
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56						
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15						
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90						
Σ		359°59'20"	360°	—	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12						

e) Projeções:

- Neste caso:

$$x_{CD} = DH_{CD} \cdot \sin Az_{CD} = 65,28 \cdot \sin 132^\circ 33' 20'' = \mathbf{48,09}$$

$$y_{CD} = DH_{CD} \cdot \cos Az_{CD} = 65,28 \cdot \cos 132^\circ 33' 20'' = \mathbf{-44,15}$$

$$x_{DA} = DH_{DA} \cdot \sin Az_{DA} = 31,00 \cdot \sin 42^\circ 22' 50'' = \mathbf{20,90}$$

$$y_{DA} = DH_{DA} \cdot \cos Az_{DA} = 31,00 \cdot \cos 42^\circ 22' 50'' = \mathbf{22,90}$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93						
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56						
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15						
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90						
Σ		359°59'20"	360°	—	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12						

f) Erro linear:

- É determinado pela fórmula:

$$EL = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Onde:

EL: erro linear;

Δx: somatório das projeções do eixo x; e

Δy: somatório das projeções do eixo y.

Erro linear: **EL = 0,156 m**

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93						
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56						
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15						
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90						
Σ		359°59'20"	360°	—	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12						

f) Erro linear:

- O erro linear tolerável pelo IBGE é dado pela fórmula:

$$EL_T = 0,8 \cdot \sqrt{\text{perímetro(km)}}$$

Onde:

EL_T: erro linear tolerável;

Erro linear (IBGE): **EL_T = 0,351 m**

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93						
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56						
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15						
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90						
Σ		359°59'20"	360°	—	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12						

g) Correção das projeções:

- A correção do erro linear, nos eixos x e y, é dada pela fórmula:

$$Cx = \Delta x \cdot \frac{DH}{\text{perímetro}}$$

$$Cy = \Delta y \cdot \frac{DH}{\text{perímetro}}$$

Onde:

Cx: correção da projeção no eixo x;

Cy: correção da projeção no eixo y;

DH: distância horizontal do alinhamento;

Δx: somatório das projeções do eixo x; e

Δy: somatório das projeções do eixo y.

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93	0,03	0,04				
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56	0,02	0,02				
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15	0,03	0,04				
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90	0,02	0,02				
Σ		359°59'20"	360°	—	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12	0,10	0,12				

g) Correção das projeções:

- O sinal na correção será contrário ao sinal do erro.

$$Cx_{AB} = \Delta x \cdot \frac{DH_{AB}}{\text{perímetro}} = 0,10 \cdot \frac{65,62}{193,51} \approx \mathbf{0,03}$$

$$Cy_{AB} = \Delta y \cdot \frac{DH_{AB}}{\text{perímetro}} = 0,12 \cdot \frac{65,62}{193,51} \approx \mathbf{0,04}$$

$$Cx_{BC} = \Delta x \cdot \frac{DH_{BC}}{\text{perímetro}} = 0,10 \cdot \frac{31,61}{193,51} \approx \mathbf{0,02}$$

$$Cy_{BC} = \Delta y \cdot \frac{DH_{BC}}{\text{perímetro}} = 0,12 \cdot \frac{31,61}{193,51} \approx \mathbf{0,02}$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X'	Y'	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93	0,03	0,04				
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56	0,02	0,02				
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15	0,03	0,04				
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90	0,02	0,02				
Σ		359°59'20"	360°	—	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12	0,10	0,12				

g) Correção das projeções:

- O sinal na correção será contrário ao sinal do erro.

$$Cx_{CD} = \Delta x \cdot \frac{DH_{CD}}{\text{perímetro}} = 0,10 \cdot \frac{65,28}{193,51} \approx \mathbf{0,03}$$

$$Cy_{CD} = \Delta y \cdot \frac{DH_{CD}}{\text{perímetro}} = 0,12 \cdot \frac{65,28}{193,51} \approx \mathbf{0,04}$$

$$Cx_{DA} = \Delta x \cdot \frac{DH_{DA}}{\text{perímetro}} = 0,10 \cdot \frac{31,00}{193,51} \approx \mathbf{0,02}$$

$$Cy_{DA} = \Delta y \cdot \frac{DH_{DA}}{\text{perímetro}} = 0,12 \cdot \frac{31,00}{193,51} \approx \mathbf{0,02}$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X	Y	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93	0,03	00,4	-47,85	44,89	0,00	0,00
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56	0,02	0,02	-21,09	-23,58	-47,85	44,89
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15	0,03	0,04	48,06	-44,19	-21,09	-23,58
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90	0,02	0,02	20,88	22,88	48,06	-44,19
		Σ	359°59'20"	360°	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12	0,10	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00

h) Projeções compensadas:

- É calculada adicionando ou subtraindo o erro na projeção calculada:

$$X' = x \pm Cx$$

$$Y' = y \pm Cy$$

Onde:

X' e Y': projeções compensadas nos eixos X e Y, respectivamente;

x e y: projeções calculadas nos eixos X e Y, respectivamente; e

Cx e Cy: correções das projeções nos eixos x e y, respectivamente.

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X	Y	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93	0,03	00,4	-47,85	44,89	0,00	0,00
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56	0,02	0,02	-21,09	-23,58	-47,85	44,89
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15	0,03	0,04	48,06	-44,19	-21,09	-23,58
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90	0,02	0,02	20,88	22,88	48,06	-44,19
		Σ	359°59'20"	360°	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12	0,10	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00

h) Projeções compensadas:

- Neste caso:

$$X'_{AB} = x_{AB} \pm Cx_{AB} = -47,82 - 0,03 = -47,85$$

$$Y'_{AB} = y_{AB} \pm Cy_{AB} = 44,93 - 0,04 = 44,89$$

$$X'_{BC} = x_{BC} \pm Cx_{BC} = -21,07 - 0,02 = -21,09$$

$$Y'_{BC} = y_{BC} \pm Cy_{BC} = -23,56 - 0,02 = -23,58$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X	Y	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93	0,03	00,4	-47,85	44,89	0,00	0,00
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56	0,02	0,02	-21,09	-23,58	-47,85	44,89
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15	0,03	0,04	48,06	-44,19	-21,09	-23,58
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90	0,02	0,02	20,88	22,88	48,06	-44,19
		Σ	359°59'20"	360°	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12	0,10	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00

h) Projeções compensadas:

- Neste caso:

Se a correção estiver correta, o valor do somatório das projeções deverá ser igual a zero?

$$X'_{CD} = x_{CD} \pm Cx_{CD} = 48,09 - 0,03 = 48,06$$

$$Y'_{CD} = y_{CD} \pm Cy_{CD} = -44,15 - 0,04 = -44,19$$

$$X'_{DA} = x_{DA} \pm Cx_{DA} = 20,90 - 0,02 = 20,88$$

$$Y'_{DA} = y_{DA} \pm Cy_{DA} = 22,90 - 0,02 = 22,88$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X	Y	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93	0,03	00,4	-47,85	44,89	0,00	0,00
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56	0,02	0,02	-21,09	-23,58	-47,85	44,89
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15	0,03	0,04	48,06	-44,19	-21,09	-23,58
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90	0,02	0,02	20,88	22,88	48,06	-44,19
		Σ	359°59'20"	360°	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12	0,10	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00

i) Cálculo de Coordenadas:

- As coordenadas são calculadas por soma algébrica das projeções compensadas, partindo das coordenadas do ponto inicial:

$$X_n = X_{n-1} + X'$$

$$Y_n = Y_{n-1} + Y'$$

Onde:

X_n: abcissa do ponto;

Y_n: ordenada do ponto;

Y_{n-1}: abcissa do ponto anterior;

X_{n-1}: ordenada do ponto anterior;

X': projeção compensada no eixo x; e

Y': projeção compensada no eixo y.

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Planilha de cálculo analítico:

Est	P.V.	Al Lido	Al comp.	Az.	DH (m)	Proj. Calc.		Correções		Proj. Comp.		Coordenadas	
						X	Y	Cx	Cy	X	Y	X	Y
A	B	90°49'50"	90°50'00"	313°12'50"	65,62	-47,82	44,93	0,03	00,4	-47,85	44,89	0,00	0,00
B	C	88°35'00"	88°35'10"	221°48'00"	31,61	-21,07	-23,56	0,02	0,02	-21,09	-23,58	-47,85	44,89
C	D	90°45'10"	90°45'20"	132°33'20"	65,28	48,09	-44,15	0,03	0,04	48,06	-44,19	-21,09	-23,58
D	A	89°49'20"	89°49'30"	42°22'50"	31,00	20,90	22,90	0,02	0,02	20,88	22,88	48,06	-44,19
		Σ	359°59'20"	360°	193,51	ΔX=0,10	ΔY=0,12	0,10	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00

i) Cálculo de Coordenadas:

- O ponto conhecido é colocado na origem. Neste caso, considere que X_A=0,00 e Y_A=0,00:

$$X_B = X_A + X'_{AB} = 0,00 + (-47,85) = -47,85$$

$$Y_B = Y_A + Y'_{AB} = 0,00 + 44,89 = 44,89$$

$$X_C = X_B + X'_{BC} = -47,85 + (-21,09) = -68,94$$

$$Y_C = Y_B + Y'_{BC} = 44,89 + (-23,58) = 21,31$$

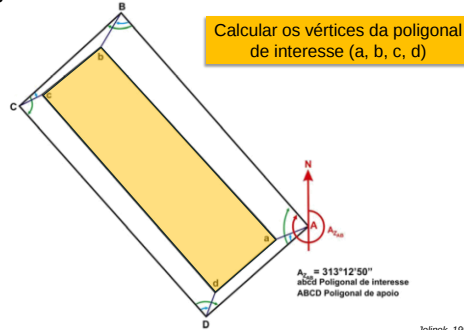
$$X_D = X_C + X'_{CD} = -68,94 + 48,06 = -20,88$$

$$Y_D = Y_C + Y'_{CD} = 21,31 + (-44,19) = -22,88$$

Jelinek, 1998

UFVJM Etapa Pós-Campo

Exemplo 2: Cálculo das coordenadas dos vértices de uma poligonal de interesse:



Jelinek, 1998

UFVJM

Etapa Pós-Campo

> Cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal de interesse:

Est	P V	Ai	DH(m)	Az	Projeções		Coordenadas	
					X	Y	X	Y
A	a	19°23'40"	8,07	241°46'30"				
B	b	73°04'20"	8,46	206°17'10"				
C	c	16°08'10"	5,83	57°56'10"				
D	d	62°02'00"	6,00	14°35'20"				

1º Usar a fórmula do cálculo do azimute.

2º Usar a fórmula do cálculo da projeção.

AZIMUTE:

- Caminhamento à **direita** (sentido anti-horário):
 $Az_n = (Az_{n-1} + Ai) \pm 180^\circ$
- Caminhamento à **esquerda** (sentido horário):
 $Az_n = (Az_{n-1} - Ai) \pm 180^\circ$
- Se $Az_{n-1} \pm Ai < 180^\circ$: $Az_n = (Az_{n-1} + Ai) + 180^\circ$
- Se $Az_{n-1} \pm Ai > 180^\circ$: $Az_n = (Az_{n-1} - Ai) - 180^\circ$

PROJEÇÃO:

 $x = DH \cdot \sin Az$
 $y = DH \cdot \cos Az$

Jelinek, 1998

UFVJM

Etapa Pós-Campo

> Cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal de interesse:

• Vértice **a**:
 $Az_{Aa} = (Az_{DA} + Ai) \pm 180^\circ = (42^\circ22'50'' + 19^\circ23'40'') + 180^\circ = 241^\circ46'30''$
 $X'_{Aa} = DH_{Aa} \cdot \sin Az_{Aa} = 8,07 \cdot \sin 241^\circ46'30'' = -7,11$
 $Y'_{Aa} = DH_{Aa} \cdot \cos Az_{Aa} = 8,07 \cdot \cos 241^\circ46'30'' = -3,82$
 $X_a = X_A + X'_{Aa} = 0,00 + (-7,11) = -7,11$
 $Y_a = Y_A + Y'_{Aa} = 0,00 + (-3,82) = -3,82$

• Vértice **a**:
 $Az_{Aa} = (Az_{DA} + Ai) \pm 180^\circ = (42^\circ22'50'' + 19^\circ23'40'') + 180^\circ = 241^\circ46'30''$
 $X'_{Aa} = DH_{Aa} \cdot \sin Az_{Aa} = 8,07 \cdot \sin 241^\circ46'30'' = -7,11$
 $Y'_{Aa} = DH_{Aa} \cdot \cos Az_{Aa} = 8,07 \cdot \cos 241^\circ46'30'' = -3,82$
 $X_a = X_A + X'_{Aa} = 0,00 + (-7,11) = -7,11$
 $Y_a = Y_A + Y'_{Aa} = 0,00 + (-3,82) = -3,82$

Jelinek, 1998

UFVJM

Etapa Pós-Campo

> Cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal de interesse:

Est	P V	Ai	DH(m)	Az	Projeções		Coordenadas	
					X	Y	X	Y
A	a	19°23'40"	8,07	241°46'30"	-7,11	-3,82	-7,11	-3,82
B	b	73°04'20"	8,46	206°17'10"	-3,75	-7,59	-51,60	37,31
C	c	16°08'10"	5,83	57°56'10"				
D	d	62°02'00"	6,00	14°35'20"				

• Vértice **b**:
 $Az_{Bb} = (Az_{AB} + Ai) \pm 180^\circ = (313^\circ12'50'' + 73^\circ04'20'') - 180^\circ = 206^\circ17'10''$
 $X'_{Bb} = DH_{Bb} \cdot \sin Az_{Bb} = 8,46 \cdot \sin 206^\circ17'10'' = -3,75$
 $Y'_{Bb} = DH_{Bb} \cdot \cos Az_{Bb} = 8,46 \cdot \cos 206^\circ17'10'' = -7,59$
 $X_b = X_B + X'_{Bb} = -47,85 + (-3,75) = -51,60$
 $Y_b = Y_B + Y'_{Bb} = 37,31 + (-7,59) = 29,72$

Jelinek, 1998

UFVJM

Etapa Pós-Campo

> Cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal de interesse:

Est	P V	Ai	DH(m)	Az	Projeções		Coordenadas	
					X	Y	X	Y
A	a	19°23'40"	8,07	241°46'30"	-7,11	-3,82	-7,11	-3,82
B	b	73°04'20"	8,46	206°17'10"	-3,75	-7,59	-51,60	37,31
C	c	16°08'10"	5,83	57°56'10"	4,94	3,09	-64,00	24,40
D	d	62°02'00"	6,00	14°35'20"				

• Vértice **c**:
 $Az_{Cc} = (Az_{BC} + Ai) \pm 180^\circ = (221^\circ48'00'' + 16^\circ08'10'') - 180^\circ = 57^\circ56'10''$
 $X'_{Cc} = DH_{Cc} \cdot \sin Az_{Cc} = 5,83 \cdot \sin 57^\circ56'10'' = 4,94$
 $Y'_{Cc} = DH_{Cc} \cdot \cos Az_{Cc} = 5,83 \cdot \cos 57^\circ56'10'' = 3,09$
 $X_c = X_C + X'_{Cc} = -68,94 + 4,94 = -64,00$
 $Y_c = Y_C + Y'_{Cc} = 21,31 + 3,09 = 24,40$

Jelinek, 1998

UFVJM

Etapa Pós-Campo

> Cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal de interesse:

Est	P V	Ai	DH(m)	Az	Projeções		Coordenadas	
					X	Y	X	Y
A	a	19°23'40"	8,07	241°46'30"	-7,11	-3,82	-7,11	-3,82
B	b	73°04'20"	8,46	206°17'10"	-3,75	-7,59	-51,60	37,31
C	c	16°08'10"	5,83	57°56'10"	4,94	3,09	-64,00	24,40
D	d	62°02'00"	6,00	14°35'20"	1,51	5,81	-19,37	-17,07

• Vértice **d**:
 $Az_{Dd} = (Az_{CD} + Ai) \pm 180^\circ = (132^\circ33'20'' + 62^\circ02'00'') - 180^\circ = 14^\circ35'20''$
 $X'_{Dd} = DH_{Dd} \cdot \sin Az_{Dd} = 6,00 \cdot \sin 14^\circ35'20'' = 1,51$
 $Y'_{Dd} = DH_{Dd} \cdot \cos Az_{Dd} = 6,00 \cdot \cos 14^\circ35'20'' = 5,81$
 $X_d = X_D + X'_{Dd} = -20,88 + 1,51 = -19,37$
 $Y_d = Y_D + Y'_{Dd} = -22,88 + 5,81 = -17,07$

Jelinek, 1998

UFVJM

Cálculo das coordenadas dos vértices de uma poligonal

PLANILHA DO CÁLCULO ANALÍTICO DAS COORDENADAS DOS VÉRTICES DE UMA POLIGONAL (Poligonal de Apoio)										INTERFERIDO		
										LOCAL	DATA	
										RESPONSO TÉCNICO		
EST. OUTS	EST. VOTE	ÂNGULO (Ai)		AZIMUTE	DISTÂNCIA HORIZ. (m)	PROJEÇÃO CALCULADA (m)		CORREÇÃO		COORDENADA (m)		
		LIDO	CORRIGIDO			X	Y	Cx	Cy	x'	y'	X
SOMAS =						P = Σ DH	Δx = Σ x	Δy = Σ y	Σ Cx = 0	Σ Cy = 0	Σ x' = 0	Σ y' = 0

Observações:
 1. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 2. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 3. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 4. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 5. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 6. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 7. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 8. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 9. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 10. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 11. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 12. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 13. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 14. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 15. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 16. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 17. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 18. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 19. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 20. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 21. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 22. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 23. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 24. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 25. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 26. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 27. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 28. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 29. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 30. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 31. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 32. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 33. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 34. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 35. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 36. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 37. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 38. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 39. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 40. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 41. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 42. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 43. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 44. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 45. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 46. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 47. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 48. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 49. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 50. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 51. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 52. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 53. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 54. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 55. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 56. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 57. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 58. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 59. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 60. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 61. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 62. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 63. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 64. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 65. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 66. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 67. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 68. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 69. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 70. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 71. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 72. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 73. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 74. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 75. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 76. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 77. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 78. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 79. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 80. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 81. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 82. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 83. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 84. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 85. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 86. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 87. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 88. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 89. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 90. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 91. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 92. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 93. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 94. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 95. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 96. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 97. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 98. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 99. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 100. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$

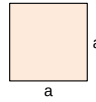
Observações:
 1. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 2. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 3. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 4. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 5. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 6. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 7. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 8. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 9. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 10. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 11. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 12. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 13. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 14. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 15. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 16. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 17. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 18. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 19. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 20. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 21. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 22. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 23. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 24. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 25. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 26. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 27. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 28. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 29. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 30. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 31. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 32. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 33. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 34. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 35. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 36. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 37. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 38. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 39. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 40. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 41. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 42. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 43. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 44. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 45. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 46. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 47. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 48. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 49. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 50. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 51. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 52. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 53. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 54. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 55. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 56. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 57. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 58. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 59. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 60. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 61. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 62. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 63. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 64. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 65. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 66. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 67. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 68. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 69. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 70. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 71. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 72. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 73. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 74. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 75. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 76. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 77. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 78. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 79. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 80. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 81. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 82. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 83. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 84. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 85. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 86. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 87. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 88. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 89. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 90. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 91. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 92. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 93. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 94. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 95. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 96. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 97. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 98. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 99. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$
 100. $\Sigma \alpha = 180^\circ (n - 2)$

14

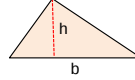
CÁLCULO DE ÁREAS

Geometria – Áreas planas

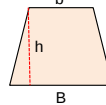
Quadrado $A = a \cdot a = a^2$



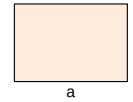
Triângulo $A = \frac{b \cdot h}{2}$



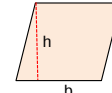
Trapézio $A = \frac{B+b}{2} \cdot h$



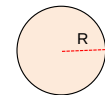
Retângulo $A = a \cdot b$



Paralelogramo $A = b \cdot h$



Círculo $A = \pi \cdot R^2$

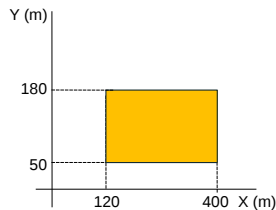


Cálculo de Áreas

1. Calcule a área e o perímetro de um campo de futebol com base de 25 m e altura 5 m:

Área: 125 m² ---- Perímetro: 60 m

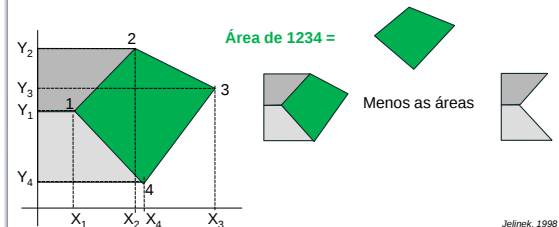
2. Calcule a área do terreno abaixo:



Área = (400 - 120) . (180 - 50)
36.400 m²

Cálculo de Áreas

- A área de uma **superfície plana** limitada por uma **poligonal** pode ser determinada analiticamente a partir das **coordenadas ortogonais dos vértices**.
- Consideram-se os trapézios formados por cada lado da poligonal.



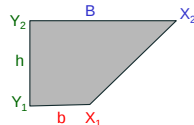
Jelínek, 1998

Cálculo de Áreas

Área do trapézio $= \frac{(B+b)}{2} \cdot h$

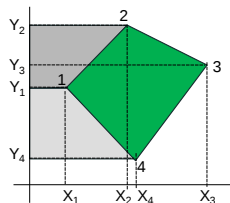


B = base maior
b = base menor
h = altura



Área do trapézio $= \frac{(X_2 + X_1)}{2} \cdot (Y_2 - Y_1)$

Área do trapézio $= \frac{1}{2} (X_2 + X_1) \cdot (Y_2 - Y_1)$

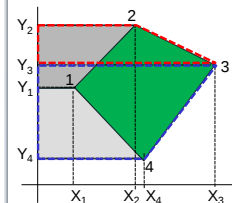


Jelínek, 1998

Cálculo de Áreas

Área₁ $= \frac{1}{2} (X_2 + X_1) \cdot (Y_2 - Y_1) + \frac{1}{2} (X_2 + X_1) \cdot (Y_1 - Y_4)$

Área₂ $= \frac{1}{2} (X_3 + X_2) \cdot (Y_2 - Y_3) + \frac{1}{2} (X_3 + X_4) \cdot (Y_3 - Y_4)$



Área_p $= \text{Área}_2 - \text{Área}_1$

Desenvolvendo...

Jelínek, 1998

Cálculo de Áreas



$$\text{Área}_p = \text{Área}_2 - \text{Área}_1$$

$$\left[\frac{1}{2} (X_2 + X_3) \cdot (Y_2 - Y_3) + \frac{1}{2} (X_3 + X_4) \cdot (Y_3 - Y_4) \right] - \left[\frac{1}{2} (X_2 + X_1) \cdot (Y_2 - Y_1) + \frac{1}{2} (X_1 + X_4) \cdot (Y_1 - Y_4) \right]$$

Colocando 1/2 em evidência...

$$\frac{1}{2} \left[(X_2 + X_3) \cdot (Y_2 - Y_3) + (X_3 + X_4) \cdot (Y_3 - Y_4) - (X_2 + X_1) \cdot (Y_2 - Y_1) + (X_1 + X_4) \cdot (Y_1 - Y_4) \right]$$

Jelinek, 1998

Cálculo de Áreas

Eliminando o 1/2

$$2\text{Área}_p =$$

$$\left[(X_2 + X_3) \cdot (Y_2 - Y_3) + (X_3 + X_4) \cdot (Y_3 - Y_4) + (X_1 + X_2) \cdot (Y_1 - Y_2) + (X_4 + X_1) \cdot (Y_4 - Y_1) \right]$$

Ordenando (X_p , X_2 , X_3 , X_4)

$$2\text{Área}_p = (X_1 + X_2) \cdot (Y_1 - Y_2) + (X_2 + X_3) \cdot (Y_2 - Y_3) + (X_3 + X_4) \cdot (Y_3 - Y_4) + (X_4 + X_1) \cdot (Y_4 - Y_1)$$

Simplificando e colocando o X (ou o Y) em evidência

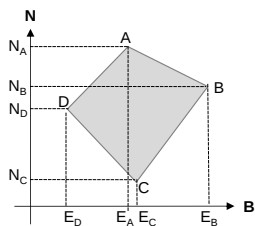
$$2\text{Área}_p = X_1 (Y_4 - Y_2) + X_2 (Y_1 - Y_3) + X_3 (Y_2 - Y_4) + X_4 (Y_3 - Y_1)$$

Jelinek, 1998

Cálculo de Áreas

➤ Gauss:

- Método totalmente numérico, não sendo necessário trabalhar graficamente sobre a figura (o cálculo da área é feito pelas coordenadas da própria figura).



$$2S = \sum E_n (N_{n+1} - N_{n-1})$$

OU

$$2S = \sum N_n (E_{n+1} - E_{n-1})$$

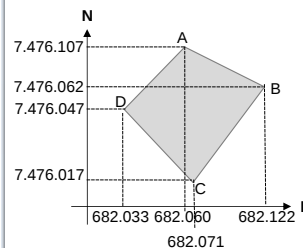
O dobro da **área (S)** é igual ao somatório das coordenadas **E (ou N)** multiplicado pela diferença das coordenadas **N (ou S)** posterior e anterior ao ponto em questão.

Alvarez et al., 2003

Cálculo de Áreas

➤ Gauss - Exemplo:

Para facilitar o cálculo, reduza os números muito grandes (ex. coordenadas UTM geralmente possuem os dígitos iniciais iguais. Utilize os dígitos finais que não são comuns a todos).



7.476.107 → 107
7.476.062 → 068
7.476.017 → 017

Alvarez et al., 2003

Cálculo de Áreas

$$2S = \sum E_n (N_{n+1} - N_{n-1}) \quad \text{OU} \quad 2S = \sum N_n (E_{n+1} - E_{n-1})$$

Tabela para cálculo de área por Gauss

Est	N_n	E_n	$N_{n+1} - N_{n-1}$	$E_n (N_{n+1} - N_{n-1})$	$E_{n+1} - E_{n-1}$	$N_n (E_{n+1} - E_{n-1})$
A	107	060				
B	062	122				
C	017	071				
D	047	033				
$2S = \sum E_n (N_{n+1} - N_{n-1})$						
				$2S = \sum N_n (E_{n+1} - E_{n-1})$		

Área (S) =

$(N_{n+1} - N_{n-1})$ OU $(N_{n-1} - N_{n+1})$ dará o mesmo valor, pois é em módulo e o resultado da área deve ser positivo

Alvarez et al., 2003

Cálculo de Áreas

➤ Gauss - Exemplo:

Tabela para cálculo de área por Gauss

Est	N_n	E_n	$N_{n+1} - N_{n-1}$	$E_n (N_{n+1} - N_{n-1})$	$E_{n+1} - E_{n-1}$	$N_n (E_{n+1} - E_{n-1})$
A	107	060	-15	-900	-89	-9.523
B	062	122	90	10.980	-11	-682
C	017	071	15	1.065	89	1.513
D	047	033	-90	-2.970	11	517
$2S = \sum E_n (N_{n+1} - N_{n-1})$				8.175		
					$2S = \sum N_n (E_{n+1} - E_{n-1})$	-8.175

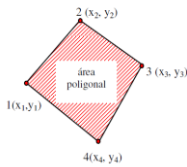
Área (S) = 4.087,5 m²

Para calcular a área basta dividir o valor do somatório por 2

Alvarez et al., 2003

➤ Método das Coordenadas dos Vértices (Fórmula de Gauss):

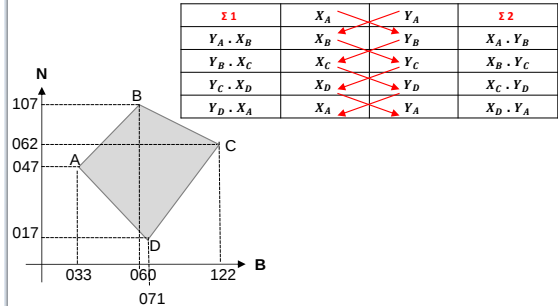
1. Montar a matriz das coordenadas dos vértices na ordem sequencial.
2. Repetir as primeiras coordenadas na última linha.
3. Calcular o determinante: *em módulo pois a área tem que ser positiva: $|-70| = 70$.*



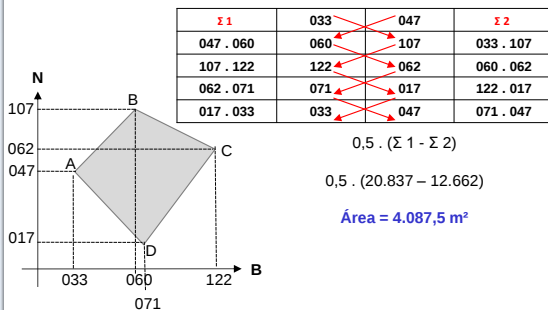
x_1	x_2	x_3	x_4	x_1
y_1	y_2	y_3	y_4	y_1
$x_1 y_2$	$x_2 y_3$	$x_3 y_4$	$x_4 y_1$	
$y_1 x_2$	$y_2 x_3$	$y_3 x_4$	$y_4 x_1$	
$\Sigma 1$				$\Sigma 2$

Área = $0,5(\Sigma 1 - \Sigma 2)$

➤ Método das Coordenadas dos Vértices - Exemplo:



➤ Método das Coordenadas dos Vértices - Exemplo:



➤ Outros métodos:

- Gráficos.
- Mecânicos.
- Analíticos.
- Computacionais.
- ...

Tipo de Área	Processo	Definição	Exemplo
Áreas Gráficas (Desenhadas)	Geométrico	Decomposição em figuras das quais se conhece a área, por exemplo, retângulos, triângulos, trapézios, etc.	
	Mecânico	Com o uso do Planímetro ou integrador de áreas. É adequado para uso em superfícies contínuas. A escala de desenho é considerada.	
Áreas não Desenhadas	Númerico	Cálculo da área através de processo numérico. Exemplo: levantamento polar.	
	Analítico	Através do cálculo analítico das coordenadas dos vértices do polígono e uso da fórmula de Gauss para o cálculo da área.	
Áreas Digitais	Geométrico	Analítico para áreas desenhadas, mas neste caso com os dados colhidos no campo. Obs.: calcula-se a área com uso de software de geoprocessamento ou de CAD, devendo as imagens estarem georreferenciadas ou os vetores estarem em sua verdadeira grandeza. O processo prevê a vetorização da feição a ser levantada e o cálculo posterior da área vetorizada.	

➤ Qual é a área do quarteirão do campus?



Principais referências utilizadas:

- ALVAREZ, A. A. M.; BRASILEIRO, A.; MORGADO, C.; RIBEIRO, R. T. M. 2003. Topografia para Arquitetos. Rio de Janeiro: Booklink Publicações Ltda. 126 p.
- COELHO JUNIOR, J. M. 2014. Topografia Geral. Recife: EDURPE, 156 P.
- JELINEK, A.R 1998. Apostila de Topografia. UFRGS. 93p.
- VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. UFPR. 288 p.



Obrigado

andre.medeiros@ufvjm.edu.br